

Leçon 144 : Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Exemples et applications.

1 Généralités (Rombaldi)

1.1 Racines d'un polynômes

- Définition fonction polynomiale
- Définition racine/multiplicité + exemple
- Caractérisation des racines
- Corollaire sur le nombre maximum de racines
- Polynôme scindé + corps algébriquement clos + d'Alembert Gauss

1.2 Dérivation de polynôme

- Définition du polynôme dérivé + propriété de l'application dérivation
- Formule de Taylor
- Caractérisation de la multiplicité avec les polynômes dérivés

1.3 Relations coeffs/racines

- Définition polynômes symétriques
- Expression des coeffs avec les polynômes symétriques

1.4 Localisation des racines (FGN, Rombaldi, Beck)

- Méthode de Newton

- Gauss Lucas
- Disques de Gershgorin

2 Applications

2.1 Extension de corps (Perrin)

- Définition nombre algébriques, transcendants etc.
- Définition corps de rupture/décomposition
- Existence et unicité des corps finis
- Dév 1 : Étude de $X^{p^n} - X$

2.2 En algèbre linéaire

- Définition polynôme caractéristique
- Définition valeurs propres
- Inclusion des valeurs propres dans racines
- Intérêt de la multiplicité dans les caractérisation
- Un endo est dz s'il est scindé

2.3 En géométrie

- Définition nombre constructibles
- L'ensemble des nombres constructibles est le plus petit...
- Dév 2 : Théorème de Gauss/Wantzel